RICERCA OPERATIVA I 6 CFU

(Se allo scritto prendi un voto tra 18 e 27 non fai l'orale)

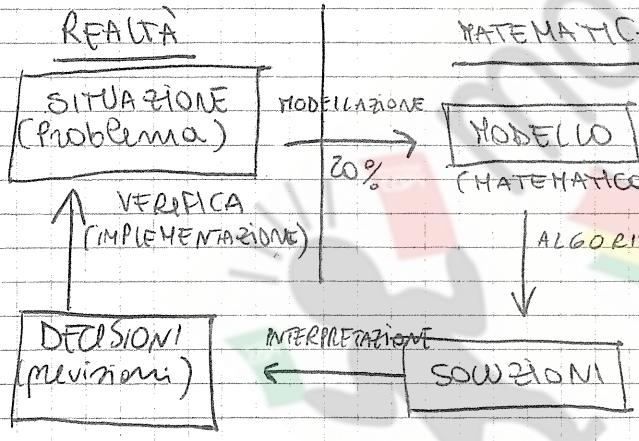
ANTONIO FRANGIONI

WWW.DI.UNIPI.IT/OPTIMIZE/COURSES

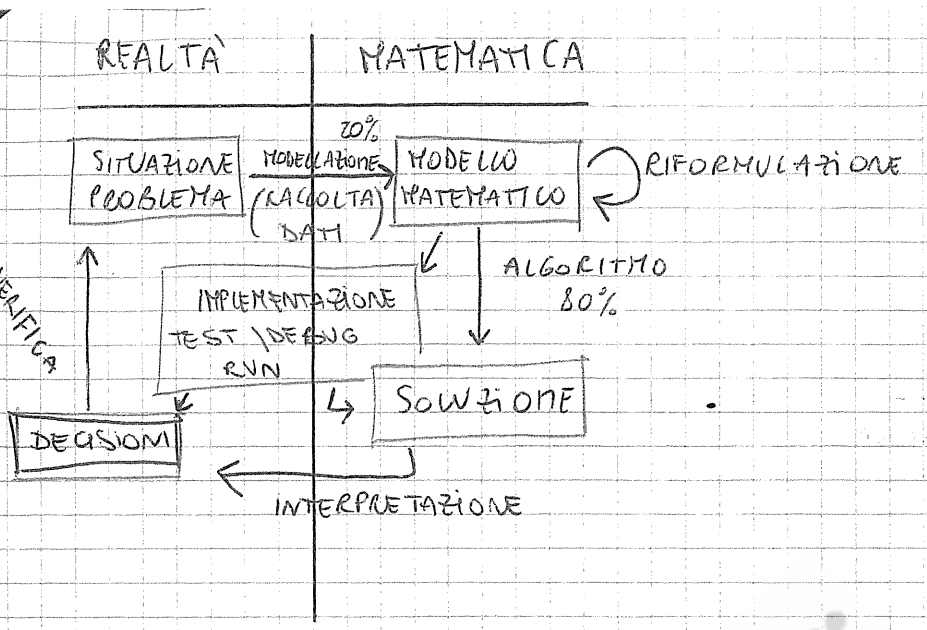
W.WW.DI.UNIPI.IT/~FRANGIO

RICEVIMENTO : ~~MART.~~ 9-11 DIPARTIMENTO INFORMATICA STANZA 381 DC
~~GIO 9.30-10.30 AULA C44~~
VENERDÌ 10.30 - 11.30 AULA B34

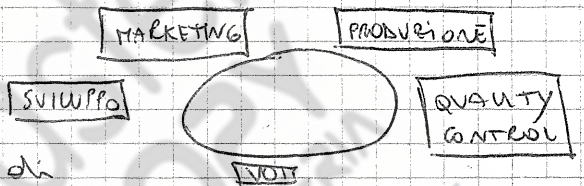
Utilizzare gli strumenti matematici per aumentare l'efficienza dei sistemi.



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

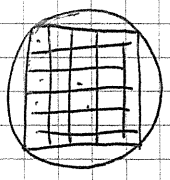


EX. di UN "FINTO CASO VERO"



. Produttore di microprocessori

P	C	→ 2 tipi di processori
€500 ✓	€200 ✓	
900 000 ✓	700 000 ✓	→ funzionano se metto sul mercato questa fetta di processori



3000 Wafer ✓

→ più è grande il processore più possono esserci difetti

300 ✓ → questi sono più grandi quindi ne entrano di meno in wafer

500 ✓

50% ✓ 60% ✓ → funzionano

SITUAZIONE PROBLEMA

W_p W_c X_p X_c → 2 variabili che voglio determinare: quanti wafer faccio di un tipo e quanti di un altro?

(X_p, X_c: n° processori venduti)

Scrivo delle condizioni:

$\max 500 X_p + 200 X_c$ → SOLDI TOT. CHE FACCIO

$W_p \geq 0$

$W_c \geq 0$

$0 \leq X_p \leq 400\,000$ } posso produrre microprocess. per queste quantità

$0 \leq X_c \leq 700\,000$

$W_p + W_c \leq 3000$

• Devo trovare i valori di X_p e X_c che massimizzano i soldi che faccio.

X_p = n° processori che faccio in funzione dei wafer che faccio

$X_p = W_p (300 \cdot 0{,}5)$

$X_c = W_c (500 \cdot 0{,}6)$

⇓

MODELLO MATEMATICO (ho utilizzato tutti i dati che avevo)

• Devo renderlo più maneggiabile (con algoritmo)

$X_p = W_p (150)$ → $W_p = \frac{X_p}{150}$

$X_c = W_c (300)$ → $W_c = \frac{X_c}{300}$

$\frac{X_p}{150} \geq 0$

$\frac{X_c}{300} \geq 0$

$\frac{X_p}{150} + \frac{X_c}{300} \leq 3000$ (900000)

$0 \leq X_p \leq 400\,000$ → $0 \leq X_p \leq 4$

$0 \leq X_c \leq 700\,000$ $0 \leq X_c \leq 7$

Ricavo il problema in 2 variabili.

$2X_p + X_c \leq 9$

$\max 5X_p + 2X_c$ (scalo i soldi di 100.)

allora:

$\max 5X_p + 2X_c$

$2X_p + X_c \leq 9$

$X_p \leq 4$

$X_c \leq 7$

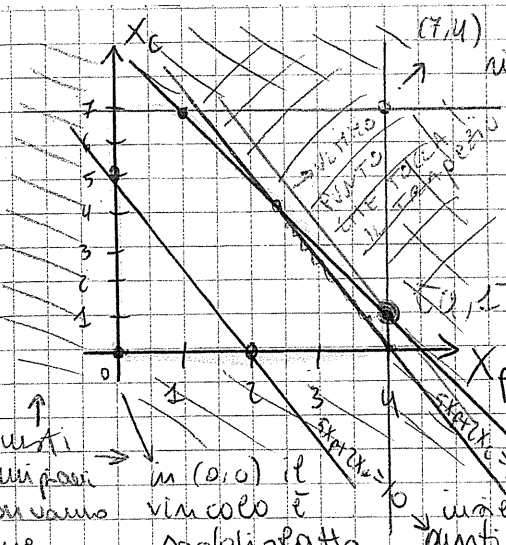
$X_p \geq 0$

$X_c \geq 0$

tenendo: $W_p = X_p / 150$ (100.000)

$W_c = X_c / 300$ (100.000)

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745



Rappresento i modelli su un piano cartesiano.

REGIONE AMMISSIBILE DEL MIO PROBLEMA (punti che soddisfano i vincoli

questi sempre in (0,0) il vincolo è soddisfatto

non vanno bene

insieme dei punti in cui guadagno 20

guadagno 20 su questa curva di livello

$\max 5x_p+2x_c$

$2x_p+x_c \leq 9$

$x_p \leq 4 \quad x_c \leq 7$

$x_p \geq 0 \quad x_c \geq 0$

$5x_p+2x_c=10$ → PONGO 10

$5x_p+2x_c=20$

$5x_p+2x_c=22$ → soluzione max $(4,1)$

$=220000000$ $(400000, 100000)$

$(W_p, W_c) = \left(\frac{400000}{150}, \frac{100000}{300}\right)$

$(2666,\overline{6}, 333,\overline{3})$ → non va bene! non ho tenuto conto di alcuni vincoli (perché non sono nº interi)

MANCAVANO due VINCOLI:

$W_p \in \mathbb{N}$

$W_c \in \mathbb{N}$

$(x_p, x_c) \in \mathbb{R}^2$

$(W_p, W_c) \in \mathbb{N}^2$ → deve essere un numero intero

- le variabili wafer non sono variabili continue, ma vivono in $\mathbb{N}^2$ (ex. non posso prendere 1,5 wafer ma 1 o 2)

Allora devo trovare una soluzione:

$(2666,\overline{6}, 333,\overline{3})$

$0,\overline{6} \to 0,6 \Rightarrow (2666, 334)$ in wafer $\Rightarrow$ Questa soluzione va bene

vediamo in processori: $(399900, 100200)$

è più piccolo di 100000

è più piccolo di 700000

Ci stiamo basando su approssimazioni.

- Posso dire quanto è il margine di errore? SÌ

Vedo quanto guadagno

$5x_p + 2x_c = 220000000$

la soluz. mostra dà: $= 219900000$

↓

mi ci sono avvicinato molto

$\frac{1e+4}{\sim 10^4}$ $< 1 - e^{-4}$

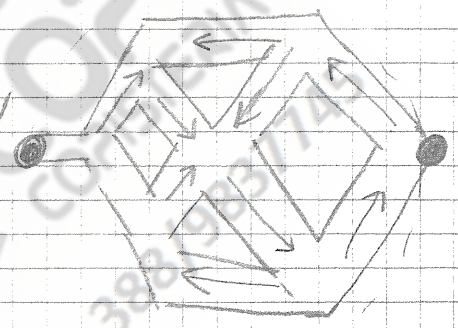
$\frac{1e+4}{1,2e+8}$

0,01%

PROBLEMI di (DECISIONE o) OTTIMIZZAZIONE

↑

ALGORITMI PER



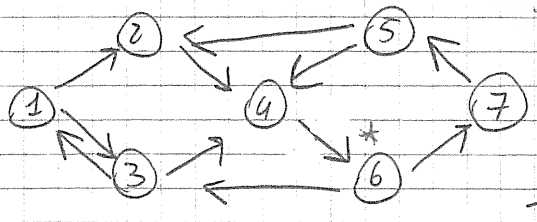
- Problema di decisione:

GRAFO (ORIENTATO)

è una coppia di insieme → insieme di nodi

$G = (N, A)$ $N = \{1, 2 \dots n\}$

$A \subseteq N \times N$ → tutte le coppie di nodi



$N = \{1, 2, 3, \dots 7\}$

$A = \{(1,2), (1,3), (2,4), (3,1), (3,4), (4,6), (5,2), (5,4), (6,3), (6,7), (7,5)\}$

/* $FS(i) = \{(h,j) \in A : h = i\}$ */

Voglio sapere se c'è un cammino orientato da ① a ⑦

(Così traduco la domanda: È una strada da ① a ⑦?)

CAMMINO ORIENTATO: sequenza finita di nodi (con la caratteristica che quando si è in un punto è un arco che porta al

master copy 050 8312126 cell. 388 9837745